الثانوية التأهيلية: وادي الذهب الأستاذ : رشيد بلمو	درس الدوران	مستوى الدراسي: الأ ولى علوم تجريبية عدد الساعات : 10

I. الدوران و الدوران العكسي

لتكن Ω نقطة من المستوى الموجه و $\alpha = \frac{\pi}{3} = 60°$ ولتكن A و B نقطتين من المستوى الموجه

أرسم النقطة A بحيث : $\begin{cases} \Omega A = \Omega A' \\ \left(\overrightarrow{\Omega A}, \overrightarrow{\Omega A'}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi] \end{cases}$ نقول A' هي صورة A بالدوران r الذي مركزه Ω زاويته α

بنفس الطريقة نرسم B' صورة B بالدوران r الذي مركزه Ω زاويته α

1.1. الدوران

تعريف : لتكن Ω نقطة من المستوى الموجه و α عددا حقيقيا

الدوران الذي مركزه Ω زاويته α هو التحويل في المستوى الذي يربط كل نقطة M من المستوى بالنقطة M' المعرفة كالتالي :

- إذا كان $M = \Omega$ فان $M' = \Omega$
- إذا كان $M \neq \Omega$ فان $\begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ \left(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}\right) \equiv \alpha[2\pi] \end{cases}$

(نقول كذلك أن النقطة A معينة بالمعامل a).

1.2. مصطلحات ورموز

نرمز للدوران الذي مركزه Ω زاويته α بالرمز $r\left(\Omega;\alpha\right)$ أو r إذا لم يكن هناك التباس

إذا كانت M' صورة النقطة M بالدوران r الذي مركزه Ω زاويته α, نقول إن الدوران r يحول M إلى M' ونكتب : $r\left(M\right) = M'$ و لدينا :

- $r\left(\Omega\right) = \Omega$
- $r\left(M\right) = M'$ ولكل نقطة M من المستوى بحيث : $M \neq \Omega$ $r\left(M\right) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ \left(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}\right) \equiv \alpha[2\pi] \end{cases}$

1.3. نتائج

1) ليكن r الدوران الذي مركزه Ω زاويته α

لدينا $r\left(\Omega\right) = \Omega$, نقول إن النقطة Ω صامدة بالدوران r

2) إذا كان $\alpha \neq 2k\pi$ حيث $\left(k \in \mathbb{Z}\right)$, فان Ω مركز الدوران r هو النقطة الوحيدة الصامدة بهذا الدوران.

وفي هذه الحالة : لكل نقطة M من المستوى بحيث $M \neq \Omega$ و $r\left(M\right) = M'$ يكون لدينا :

- M' تنتمي للدائرة التي مركزها Ω وشعاعها ΩM.
- واسط القطعة $\left[MM'\right]$ يمر من النقطة Ω.
- المثلث $M\,\Omega M'$ متساوي الساقين رأسه Ω. (في حالة $\alpha \neq k\pi$).

1.4. دورانات خاصة

- الدوران الذي زاويته 0 يحول كل نقطة M إلى نفسها أي : $r\left(M\right) = M$ يعني جميع النقط صامدة
- التماثل المركزي الذي مركزه Ω هو الدوران الذي مركزه Ω زاويته π

**** تمرين تطبيقي : (01 - س)**

1.5. الدوران العكسي لدوران

تعريف : لتكن Ω نقطة من المستوى الموجه و α عددا حقيقيا

الدوران $r\left(\Omega;-\alpha\right)$ الذي مركزه Ω زاويته $-\alpha$ يسمى الدوران العكسي للدوران $r\left(\Omega;\alpha\right)$ الذي مركزه Ω زاويته α

- الدوران العكسي لدوران r يرمز له بالرمز r^{-1}
- لكل نقطة M من المستوى لدينا : بحيث $r\left(M\right) = M' \Leftrightarrow r^{-1}\left(M'\right) = M$

**** تمرين تطبيقي : (02 - س)**

II. خاصيات:

1.1.خاصية : الحفاظ على المسافة

إذا كانت A و B نقطتين من المستوى و A' و B' صورتي A و B على التوالي بدوران فان : $AB = A'B'$
نقول الدوران يحافظ على المسافة

1.1. خاصية :

ليكن r دورانا زاويته α.

إذا كانت A' و B' صورتي نقطتين مختلفتين A و B على التوالي بالدوران r فان : $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'B'}\right)\equiv\alpha\left[2\pi\right]$

ملحوظة: تمكننا هذه الخاصية من تحديد زاوية دوران انطلاقا من نقطتين مختلفتين وصورتيهما

**** تمرين تطبيقي : (04 - س)**

1.2. خاصية : الحفاظ على قياس زاوية موجهة

لتكن A و B و C و D نقط من المستوى بحيث $A\neq B$ و $C\neq D$

و A' و B' و C' و D' صورها على التوالي بدوران لدينا : $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)\equiv\left(\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{C'D'}\right)\left[2\pi\right]$

نقول الدوران يحافظ على قياس الزوايا

**** تمرين تطبيقي : (06 - س)**

1.3. خاصية : الحفاظ على المرجح

ليكن G مرجح النقطتين المتزنتين $\left(A;\alpha\right)$ و $\left(B;\beta\right)$

إذا كانت A' و B' و G' صور A و B و G على التوالي بدوران r فان :

G' هي مرجح النقطتين المتزنتين $\left(A';\alpha\right)$ و $\left(B';\beta\right)$

ملحوظة: يمكننا تعميم هذه الخاصية على مرجح ثلاث أو أربع نقط.

استنتاج1 : الحفاظ على المنتصف

ليكن I منتصف القطعة $\left[AB\right]$

إذا كانت A' و B' و I' صور A و B و I على التوالي بدوران فان :

I' هي منتصف القطعة $\left[A'B'\right]$

استنتاج2 : الحفاظ على معامل استقامية متجهتين

لتكن A' و B' و C' صور A و B و C على التوالي بدوران

إذا كان : $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ حيث k عدد حقيقي فان : $\overrightarrow{A'C'}=k\overrightarrow{A'B'}$

**** تمرين تطبيقي : (05 - س)**

III. صور بعض الأشكال بدوران:

ليكن r دورانا و A و B و O و A' و B' و O' نقطا من المستوى بحيث :

$r\left(A\right)=A'$ و $r\left(B\right)=B'$ و $r\left(O\right)=O'$

خاصية :

- صورة المستقيم $\left(AB\right)$ بالدوران r هي المستقيم $\left(A'B'\right)$
- صورة القطعة $\left[AB\right]$ بالدوران r هي المستقيم $\left[A'B'\right]$

صورة الدائرة $C\left(O;R\right)$ التي مركزها O وشعاعها R بالدوران r هي الدائرة $C'\left(O';R\right)$ التي مركزها O' وشعاعها R

استنتاج

- صورة نصف المستقيم $\left[AB\right)$ بالدوران r هي نصف المستقيم $\left[A'B'\right)$
- صورتا مستقيمين متعامدين بالدوران r هما مستقيمان متعامدان
- صورتا مستقيمين متوازيين بالدوران r هما مستقيمان متوازيان

إذا كانت نقطة M تنتمي إلى تقاطع مستقيمين $\left(D\right)$ و $\left(\Delta\right)$ فان صورة M بالدوران r هي نقطة تقاطع صورتي المستقيمين $\left(D\right)$ و $\left(\Delta\right)$ بالدوران r.

**** تمرين تطبيقي : (09 - س)**

**** تمرين تطبيقي :**

EFG مثلث متساوي الساقين في E مع $\left(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{EG}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\left[2\pi\right]$ ولتكن H نقطة داخل المثلث EFG

وليكن r الدوران الذي مركزه E و زاوية $\frac{\pi}{2}$

1. أنشئ النقطة H' صورة النقطة H بالدوران r
2. بين أن : $FH=GH'$ و أن : $\left(FH\right)\perp\left(GH'\right)$

الثانوية التأهيلية: وادي الذهب الأستاذ : رشيد بلمو	تمارين: تطبيقية – للدعم والتثبيت الدوران	المستوى الدراسي: الأولى علوم تجريبية

تمرين1 ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في A بحيث : $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

وليكن O منتصف القطعة $[BC]$

1. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$
2. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران r' الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

تمرين2 $ABCD$ مربع بحيث : $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

1. حدد زاوية الدوران r الذي مركزه A و $r(D)=B$
2. حدد زاوية الدوران r' الذي مركزه C و $r'(D)=B$

تمرين3 ABC مثلث متساوي الأضلاع بحيث : $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv-\frac{\pi}{3}[2\pi]$

1. حدد زاوية الدوران r_1 الذي مركزه B و يحول A إلى C
2. حدد مركز و زاوية الدوران r_2 الذي يحول A إلى B و B إلى C.

تمرين4 ABC مثلثا , ننشئ خارجه مثلثين ABD و ACE متساويي الساقين وقائمي الزاوية في A

1. بين أن : $BE=CD$
2. بين أن : $(BE)\perp(CD)$

تمرين5 $ABCD$ مربع مركزه O بحيث : $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ و I و J نقطتان من المستوى بحيث : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

وليكن r الدوران الذي مركزه O و زاوية $\frac{\pi}{2}$

بين أن : $OI=OJ$

تمرين6 ABC مثلث بحيث القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ موجب .

ننشئ خارج المثلث ABC المربعين $ABDE$ و $ACFG$

نعتبر الدوران r الذي مركزه A و زاوية $\frac{\pi}{2}$

1. حدد $r(E)$ و $r(C)$
2. بين أن : $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CE}\right)\equiv\left(\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GB}\right)[2\pi]$

تمرين7 $ADEF$ مربع بحيث : $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AF}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

ننشئ خارجه المثلث CED متساوي الأضلاع و داخله المثلث BEF متساوي الأضلاع

1. نعتبر الدوران r الذي مركزه E و زاوية $\frac{\pi}{3}$

بين أن : $r(F)=B$ و $r(D)=C$

2. لتكن A_1 النقطة بحيث : $r(A_1)=A$

a) بين أن المثلث AEA_1 متساوي الأضلاع

b) بين أن النقط : A_1 و D و F مستقيمية

c) استنتج أن النقط : A و B و C مستقيمية

تمرين8 ABC مثلث قائم الزاوية A ومتساوي الساقين فبحيث : $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ و O منتصف القطعة $[BC]$ وليكن D بحيث : $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ وليكن E بحيث : $\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$

بين أن المثلث ODE قائم الزاوية A ومتساوي الساقين في O

تمرين9 $ABCD$ مربع مركزه O و (D) مستقيم يوازي المستقيم (BD) و يقطع (AD) في M و (AB) في N

وليكن r الدوران الذي مركزه O و زاوية $\frac{\pi}{2}$

نعتبر النقطتين E و F صورتي النقطتين M و N بالدوران r على ا لتوالي.

1. أرسم الشكل و بين أن : $(EF)\perp(MN)$
2. بين أن : $DN=FC$
3. بين أن : $(EF)\parallel(AC)$